

УДК 378

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ СТУДЕНТОВ МЛАДШИХ КУРСОВ КАК НЕОТЪЕМЛЕМАЯ ЧАСТЬ УЧЕБНО-ВОСПИТАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА, НАПРАВЛЕННАЯ НА ПОВЫШЕНИЕ КАЧЕСТВА ПОДГОТОВКИ БАКАЛАВРОВ ИНЖЕНЕРНОГО ПРОФИЛЯ

© 2013

Е.А. Энбом, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики
В.А. Иванова, студентка второго курса факультета информационных систем и технологий
Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Самара (Россия)

Аннотация: В данной статье рассматривается важный и перспективный вид учебной деятельности студентов младших курсов – выполнение, оформление и представление самостоятельной исследовательской работы под руководством преподавателя.

Ключевые слова: учебно-исследовательская деятельность студентов, научная работа студентов младших курсов.

Учебно-исследовательская работа студентов – одна из важнейших форм учебного процесса, для которой характерно удачное сочетание обучения и практики. В рамках этой работы студент приобретает сначала основные навыки исследовательской работы, а затем начинает воплощать теоретические знания при решении практических задач. В процессе исследовательской работы студенты развивают творческие способности, вырабатывают умение анализировать полученные результаты, приобретают практические навыки работы на компьютере с прикладными пакетами для оформления работы.

Наиболее важен постепенный переход от простых форм учебно-исследовательской работы к более сложным. Этот процесс позволяет студенту гармонично развиваться и совершенствовать свои умения и навыки. Поэтому необходимо привлекать студентов к исследовательской деятельности с младших курсов. Это помогает преподавателю выявить динамику научных предпочтений учащихся, а студентам – выбрать научное направление их дальнейшей работы.

В процессе выполнения исследовательской работы студенты младших курсов должны научиться применять теоретические знания на практике, работать с научной литературой, самостоятельно решать учебные задачи, докладывать результаты своих исследований на конференциях. Проведение студенческих научных конференций является эффективной формой исследовательской работы. Цель подобных конференций – углубленное изучение программного материала, приобретение навыков публичных выступлений с научными сообщениями. При оценке доклада учитывается содержательная ценность сообщения, умение преподнести материал, участие в дискуссии. Такие выступления развивают у студентов математически грамотную устную речь, формируют культуру публичного выступления, что является очень значимым в будущей профессиональной деятельности.

В настоящей статье приведена исследовательская работа студентки второго курса Ивановой Виктории «Применение несобственных интегралов при решении геометрических задач», которая была представлена на научной студенческой конференции.

В учебной работе по математическому анализу, при изучении раздела «Интегральное исчисление», мы ограничивались только исследованием на сходимость несобственных интегралов первого и второго рода. Заметим, что на изучение сложной и важной темы «Несобственные интегралы первого и второго рода и их приложения» учебным планом бакалавров инженерного профиля отводится два аудиторных часа.

Основной целью данной исследовательской работы является поиск и исследование геометрических задач, которые решаются с помощью несобственных интегралов. Работа состоит из двух параграфов: первый посвящен несобственным интегралам с бесконечными пределами, а второй – несобственным интегралам от неограниченных функций. Оба параграфа построены по следующему принципу: после теоретической части следует изучение несобственных интегралов на сходимость,

далее приведены геометрические задачи, при решении которых использовались несобственные интегралы ([1], [2]). Проиллюстрируем основное содержание работы на конкретных задачах.

Задача 1. Исследовать на сходимость интеграл

$$\int_1^{+\infty} \frac{x \cdot e^{\arctg x}}{(1+x^2) \cdot \sqrt{1+x^2}} dx$$

Решение. Воспользуемся методом интегрирования по частям:

$$\begin{aligned} & \int_1^{\infty} \frac{x \cdot e^{\arctg x}}{(1+x^2) \cdot \sqrt{1+x^2}} dx = \\ & = \left\{ \begin{aligned} u &= \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}; & du &= \frac{dx}{(1+x^2) \cdot \sqrt{1+x^2}}; \\ dv &= \frac{e^{\arctg x} dx}{1+x^2}; & v &= e^{\arctg x}. \end{aligned} \right\} \\ & = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} e^{\arctg x} \Big|_1^{\infty} - \int_1^{\infty} \frac{e^{\arctg x}}{(1+x^2) \cdot \sqrt{1+x^2}} dx. \end{aligned}$$

К последнему интегралу вновь применим метод интегрирования по частям, взяв

$$u = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}, \quad dv = \frac{e^{\arctg x}}{1+x^2} dx, \quad \text{тогда}$$

$$du = \frac{-x dx}{\sqrt{1+x^2} (1+x^2)}, \quad v = e^{\arctg x}.$$

$$\begin{aligned} & \int_1^{\infty} \frac{x \cdot e^{\arctg x}}{(1+x^2) \cdot \sqrt{1+x^2}} dx = \frac{y}{\sqrt{1+x^2}} e^{\arctg x} \Big|_1^{\infty} - \left[\frac{e^{\arctg x}}{\sqrt{1+x^2}} \Big|_1^{\infty} + \right. \\ & \left. \int_1^{\infty} \frac{x \cdot e^{\arctg x}}{(1+x^2) \cdot \sqrt{1+x^2}} dx \right]. \end{aligned}$$

$$\int_1^{\infty} \frac{x \cdot e^{\arctg x}}{(1+x^2) \cdot \sqrt{1+x^2}} dx = \left(\frac{a}{\sqrt{1+x^2}} e^{\arctg x} - \frac{K e^{\arctg x}}{\sqrt{1+x^2}} \right) \Big|_1^{\infty} -$$

$$\int_1^{\infty} \frac{x \cdot e^{\arctg x}}{(1+x^2) \cdot \sqrt{1+x^2}} dx.$$

$$2 \int_1^{\infty} \frac{x \cdot e^{\arctg x}}{(1+x^2) \cdot \sqrt{1+x^2}} dx = \left(\frac{e^{\arctg x}}{\sqrt{1+x^2}} (x-1) \right) \Big|_1^{\infty}, \quad \text{от}$$

куда

$$\int_1^{\infty} \frac{x \cdot e^{\arctg x}}{(1+x^2) \cdot \sqrt{1+x^2}} dx =$$

$$= \frac{1}{2} \left[\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\arctg x} \cdot \sqrt{\frac{(x-1)^2}{1+x^2}} \right].$$

Вычислив предел, получим ответ: интеграл сходится и равен $\frac{1}{2} \cdot e^{\frac{\pi}{2}}$.

Задача 2. Найти все значения параметра α , при которых сходится интеграл $\int_{-\infty}^0 e^{\alpha x} dx$.

Решение. Воспользуемся определением несобственного интеграла с бесконечным нижним пределом:

$$\int_{-\infty}^0 e^{\alpha x} dx = \lim_{b \rightarrow -\infty} \int_b^0 e^{\alpha x} dx = \lim_{b \rightarrow -\infty} \frac{1}{\alpha} e^{\alpha x} \Big|_b^0 = \lim_{b \rightarrow -\infty} \frac{1}{\alpha} (1 - e^{\alpha b}) =$$

$$\begin{cases} 0, & \alpha > 0 \\ +\infty, & \alpha < 0. \end{cases}$$

Итак, $\int_{-\infty}^0 e^{\alpha x} dx$ сходится при $\alpha > 0$, и расходится

при $\alpha < 0$.

В этой части работы так же исследованы на сходимость следующие несобственные интегралы первого рода:

$$\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{1+x^2} dx, \int_{-\infty}^1 x^2 e^x dx, \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^2}, \int_e^{\infty} \frac{dx}{x \ln^{\alpha} x}$$

$$, \int_a^{+\infty} x \cos x dx, \int_0^{+\infty} x e^{-\alpha x^2} dx, \int_{-\infty}^1 x^2 e^x dx, \int_{-\infty}^0 \frac{x}{x^2+9} dx$$

$$, \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^2}, \int_{\sqrt{2}}^{+\infty} \frac{x dx}{(x^2+1)^3}, \int_0^{+\infty} \frac{x dx}{\sqrt[3]{x^5+2}},$$

$$\int_1^{+\infty} \frac{1 + \arcsin \frac{1}{x}}{1+x\sqrt{x}} dx, \int_1^{+\infty} \frac{\ln x dx}{x\sqrt{x^2-1}}, \int_0^{+\infty} \frac{\ln(1+x^5)}{\sqrt{x+\sqrt{x}}} dx$$
, а так

же проведено исследование, при каких значениях параметров α и β сходится интеграл $\int_e^{+\infty} \frac{\ln^{\alpha} x dx}{\left(e^{\frac{1}{x^2}} - 1\right)^{\beta}}$.

Задача 3. Найти площадь фигуры, заключенной между линиями $y = e^{-\sqrt{x}}$ и $y = 0$.

Решение. Необходимо построить график функции, провести для этого полное исследование ее поведения с помощью производной первого и второго порядка. Для графического изображения фигуры в работе использовался пакет Mathcad (Рис. 1).

Вычислим площадь полученной неограниченной фигуры по формуле: $S = \int f(x) dx$. В нашем случае,

$$S = \int_0^{+\infty} e^{-\sqrt{x}} dx = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_0^b e^{-\sqrt{x}} dx.$$

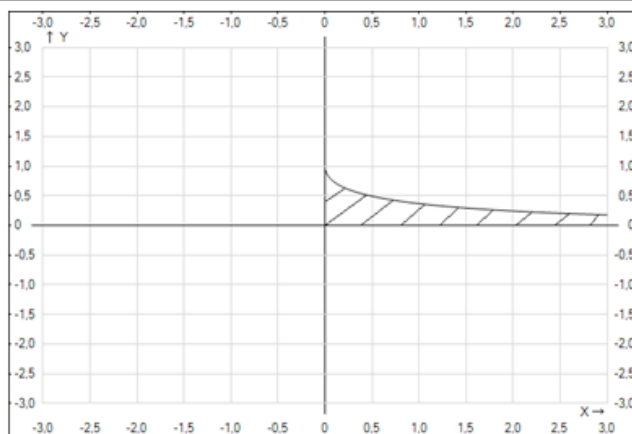


Рис. 1.

В определенном интеграле выполним сначала замену переменной $x = t^2$, а затем в полученном интеграле проинтегрируем по частям. Окончательно получим, что данная фигура, неограниченно простирающаяся вправо, квадратуема и ее площадь равна 2.

Задача 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{1}{x}$, $x = 1$, $y = 0$. Найти объем, полученный

от вращения данной фигуры вокруг оси Ox .

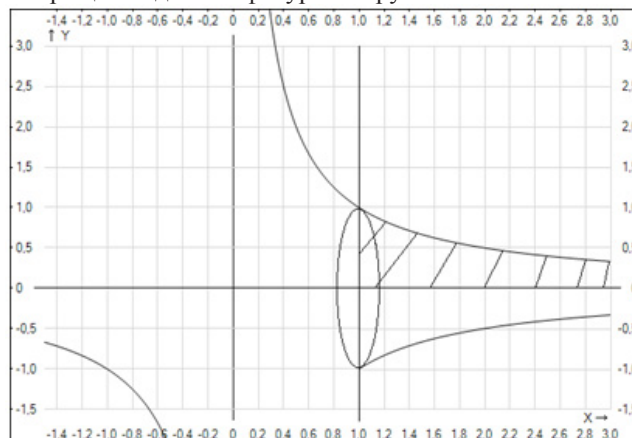


Рис. 2

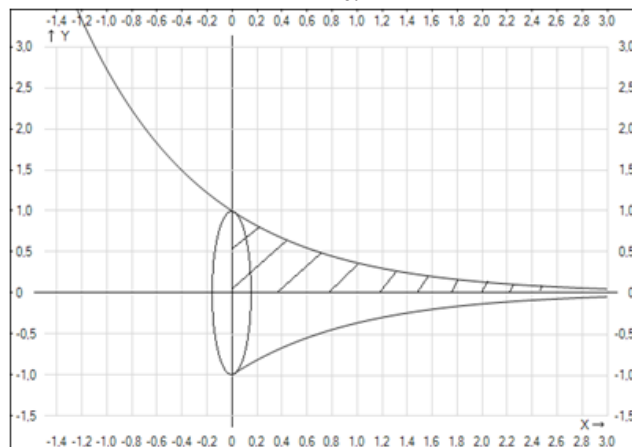


Рис. 3

В ходе проведенных исследований было доказано, что данная плоская фигура не имеет площади, так как несобственный интеграл, который выражает эту площадь, расходится.

А вот неограниченное тело, полученное от вращения указанной площади вокруг оси Ox (Рис. 2), имеет объ-

ем, равный $\pi \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2} = \pi$ кубических единиц.

Задача 5. Дуга кривой $y = e^{-x}$ при $x \in [0; +\infty]$, вращается вокруг оси Ox . Найти площадь полученной поверхности. Найти объем тела, полученного от вращения криволинейной трапеции с основанием на оси Ox , ограниченной данной дугой, вокруг оси Ox .

Решение. Для вычисления площади данной неограниченной поверхности вращения, воспользуемся формулой $P_x = 2\pi \int_a^b y \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx = 2\pi \int_0^{+\infty} e^{-x} \sqrt{1 + e^{-2x}} dx$

. Данный несобственный интеграл сходится и $P_x = \pi(\sqrt{2} + \ln(1 + \sqrt{2}))$. Объем указанного неограниченного тела вращения (рис. 3) существует и равен $\pi \int_0^{+\infty} e^{-2x} dx = \frac{\pi}{2}$ кубических единиц.

Задача 6. Найти площадь фигуры между линией $y = \frac{1}{1+x^2}$ и ее горизонтальной асимптотой.

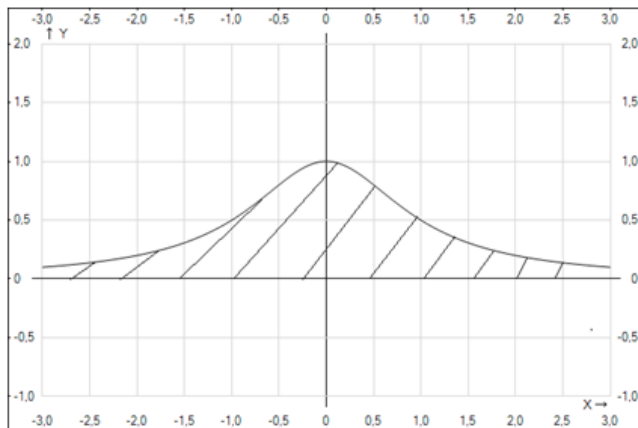


Рис. 4

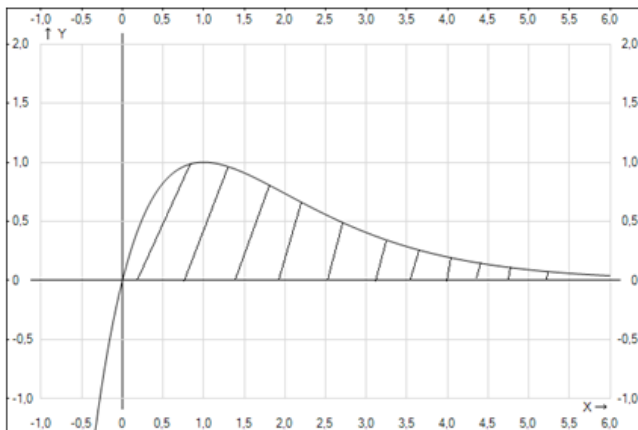


Рис. 5

Решение. Для построения данной кривой (кривой Аньези) методами дифференциального исчисления были найдены экстремумы функции, интервалы моно-

тонности, интервалы выпуклости и вогнутости, точки перегиба, асимптоты данной кривой (рис.4).

Искомая площадь неограниченно простирающейся вправо и влево фигуры равна:

$$S = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2} = \pi$$

В этой части работы также найдена площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x e^{-x+1}$ и $y=0$ на полу-

интервале $[0; +\infty)$. Для построения кривой было

проведено исследование ее поведения с помощью первой и второй производной (Рис. 5). С помощью несобственного интеграла с бесконечным пределом интегрирования была вычислена площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = x e^{-\frac{x^2}{2}}$ и ее горизонтальной

асимптотой при $x \geq 0$.

Вторая часть исследования посвящена несобственным интегралам от неограниченных функций. Здесь исследованы на сходимость следующие интегралы:

$$\int_{-1}^0 \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx, \int_0^1 \frac{x^3 \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx, \int_0^2 \frac{5x^3}{16-x^4} dx, \int_0^e \frac{dx}{e^x-1},$$

$$\int_0^{2a} \frac{dx}{(x-a)^2}, \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)} \arcsin x}, \int_0^\pi \frac{|\cos x|}{\sqrt{\sin x}} dx,$$

$$\int_{-1}^0 e^{\frac{1}{x}} \frac{dx}{x^3}, \int_{-1}^1 e^{\frac{1}{x}} \frac{dx}{x^3}, \int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{3x^2-2x-1}},$$

$$\int_0^1 \frac{x^n dx}{\sqrt{1-x^2}}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

В ходе исследования, где это необходимо, применялись метод замены переменных и метод интегрирования по частям.

Решены следующие геометрические задачи на применение несобственных интегралов второго рода:

1. Найти объем тела, полученного от вращения вокруг оси Ox (Рис. 6) и вокруг оси Oy (Рис. 7) плоской фигуры, заключенной между кривой $y = \ln x$ и $y=0$ на полуинтервале $(0, 1]$.

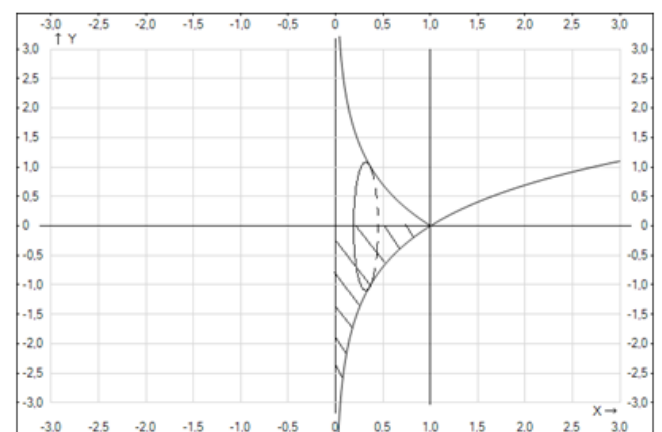


Рис. 6

В случае вращения неограниченной фигуры вокруг оси Ox , будем иметь:

$$V_1 = \pi \int_0^1 \ln^2 x \, dx = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \pi \int_{\varepsilon}^1 \ln^2 x \, dx = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left[\pi (x \ln^2 x - 2x \ln x + 2x) \right]_{\varepsilon}^1 = 2\pi$$

(кубических единиц).

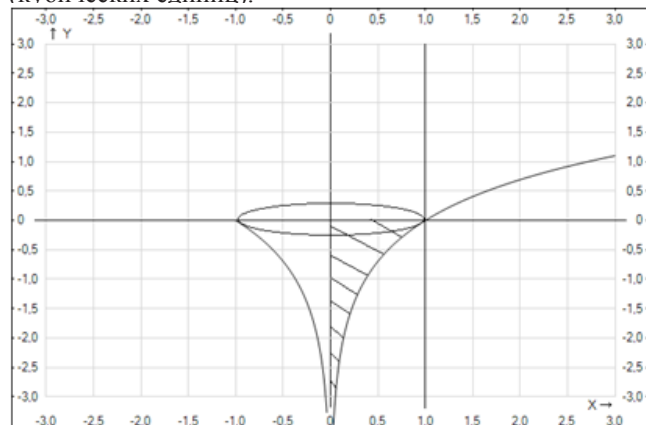


Рис. 7

В случае вращения неограниченной фигуры вокруг оси Oy , будем иметь:

$$V_2 = \pi \int_{-\infty}^0 e^{2y} \, dy = \lim_{a \rightarrow -\infty} \pi \int_a^0 e^{2y} \, dy = \frac{\pi}{2} \quad (\text{кубических}$$

единиц).

2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{1}{\sqrt{2-5x}}$ и $y = 0$ при $x \in [0; 0,4]$.

$$y = \frac{1}{\sqrt{2-5x}}$$

3. Найти площадь фигуры, заключенной между кривой $y = \frac{1}{x^2 + 2x}$ и ее горизонтальной асимптотой, при

$x \geq 1$.

4. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси Ox плоской фигуры, заключенной между кривой $y = \frac{1}{\sqrt[3]{4-x}}$, ее вертикальной асимптотой и

осью Ox на отрезке $[2, 6]$.

Для построения графиков проводилось исследование поведения функций методами дифференциального ис-

числения, а для оформления работы использовался прикладной пакет MathCad.

В заключении хотелось бы отметить, что исследовательская работа выполнена студенткой математически грамотно, аккуратно оформлена, все необходимые в задачах графики сделаны самостоятельно с применением графического редактора, а все выкладки в решении задач приведены полно и подробно.

Научно-исследовательская работа студентов младших курсов – это многостороннее, полифункциональное явление, которое имеет не только учебное, но и личностное значение. Эта форма организации деятельности учащихся, осуществляемая под руководством преподавателя, способствует формированию познавательной самостоятельности, инициирует способность и потребность в самообразовании [3-6]. Ведь в современных условиях подготовка специалистов с высоким уровнем профессиональной компетентности и разносторонним личностным развитием, способных к непрерывному самосовершенствованию, постоянному пополнению и расширению спектра своих знаний и умений, то есть способных учиться всю жизнь, является одной из центральных задач современного высшего образования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие для вузов. М.: ООО «Издательство Астрель», 2002. 553 с.
2. Кудрявцев Л. Д., Кутасов А. Д., Чехлов В. И., Шабунин М. И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды: Учебное пособие/Под ред. Л. Д. Кудрявцева. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 504 с.
3. Самодурова Т.В. Научно-исследовательская работа студентов в условиях разноуровневой профессионально-педагогической подготовки в вузе // Вектор науки Тольяттинского государственного университета. Серия: Педагогика, психология. 2011. № 4. С. 257-259.
4. Колодезникова С.И. Организационно-методические условия совершенствования научно-исследовательской работы студентов // Вектор науки ТГУ. Серия: Педагогика, психология. 2012. № 1. С. 184-186.
5. Матерова А.В. Мотивационный аспект совершенствования научно-исследовательской деятельности студентов технических специальностей // Вектор науки Тольяттинского государственного университета. Серия: Педагогика, психология. 2010. № 2. С. 84-88.
6. Романова М.А., Афанасьева Д.О. Исследовательская деятельность студента как основа развития его психолого-педагогического потенциала // Вектор науки Тольяттинского государственного университета. Серия: Педагогика, психология. 2011. № 3. С. 274-276.

INDEPENDENT RESEARCH ACTIVITIES OF JUNIOR STUDENTS AS THE ESSENTIAL PART OF THE EDUCATIONAL PROCESS AND MEANS OF QUALITY IMPROVEMENT WHEN TRAINING BACHELORS MAJORING IN ENGINEERING

© 2013

E.A. Enbom, the candidate of physical and mathematical Sciences, associate professor of the Department of higher mathematics

V.A. Ivanova, a second-year student of the faculty of information systems and technologies
Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara (Russia)

Annotation: The paper is dedicated to the important and challenging kind of junior students' activity – accomplishing, styling and presenting independent research work under the guidance of a teacher.

Keywords: students' training and research activities, junior students' scientific work.