на с единицей языка, ни противопоставлена ей, т.к. наличие / отсутствие единицы и сама единица онтологически разнородны, они принадлежат к разным уровням реальности; отсутствие может быть противопоставлено только наличию, а отсутствующая единица – наличной единице.

Но даже среди тех лингвистов, которые учитывают указанное обстоятельство, нет единого мнения о том, какую именно единицу следует называть лакунарной – единицу, отсутствующую в языке В, или безэквивалентную единицу, наличествующую в языке А. Это не может быть одна и та же единица, потому что в языке В, по определению, отсутствует не единица языка А, а ее эквивалент. Единица и ее эквивалент и, соответственно, отсутствие единицы и отсутствие ее эквивалента – это разные вещи.

Кроме того, если лакунарная единица отсутствует в языке В, то она должна где-то наличествовать (в противном случае ее не существует вообще, и тогда речь идет ни о чем). Единица, отсутствующая в языке В, не может наличествовать в языке А, потому что в языке нет чужих единиц (после заимствования единица перестает быть чужой для принявшего ее языка и становится для него своей единицей). Остается неясным, где же следует искать единицу, отсутствующую в языке В.

Перед исследователями стоит задача устранить охарактеризованные выше противоречия и на этой базе создать логически и онтологически обоснованную трактовку понятия ‘лакуна’ в применении к системе языка, тексту и лингвокультуре.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Vinay J.P., Darbelnet J. Stylistique comparée du français et de l’anglais. Paris: Didier, 1958. 331 p.
2. Malblanc A. Stylistique comparée du français et de l’allemand. Paris: Didier, 1961. 351 p.
3. Марковина И.Ю., Сорокин Ю.А. Культура и текст. Введение в лакунологию. М.: Гэотар-Медиа, 2008. 144 с.
4. Сепир Э. Избранные труды по языкознанию и культурологии. М.: Прогресс, 1993. 303 с.
5. Даль В.И. Толковый словарь живого великорусского языка. В 4-х тт. М.: Рипол Классик, 2006. 2750 с.
6. Гегель Г. Наука логики. СПб.: Наука, 1997. 800 с.
7. Лосев А.Ф. Сáмое самó // А.Ф.Лосев. Миф. Число. Сущность. М.: Мысль, 1999. С. 299 – 526.
8. Сартр Ж.П. Бытие и ничто: Опыт феноменологической онтологии. М.: Республика, 2000. 639 с.
9. Хайдеггер М. Бытие и время. Харьков: Фолио, 2003. 503 с.
10. Гак В.Г. Сопоставительная лексикология. М.: Международные отношения, 1977. 264 с.
11.Матханова И.П., Трипольская Т.А. Лакунарность в системе эмотивных средств русского языка // Лакунарность в языке, картине мира, словаре и тексте: Сб. науч. тр. Новосибирск: изд-во НГПУ, 2009. С. 6 – 16.
12.Огурцова О.А. К проблеме лакунарности // Функциональные особенности лингвистических единиц: Сб. тр. Вып. 3. Краснодар: изд-во Кубанского гос. ун-та, 1979. С. 77 – 83.
13.Быкова Г.В. Лакунарность как категория лексической системологии. Автореф. дис. … канд. филол. наук. Воронеж, 1999. 33 с.
14.Стернин И.А., Флекенштейн К. Очерки по контрастивной лексикологии и фразеологии. Галле: ун-т Мартина Лютера, 1989. 129 с.
15.Белов А.И. О выделении некоторых групп лакун (на материале финского и русского языков) // Тезисы VI Всесоюзного симпозиума по психолингвистике и теории коммуникации. М.: Наука, 1978. С. 19 – 21.

LANGUAGE LACOON INTERPRETATION IN LINGUISTIC LITERATURE

E.V. Savitskaya, post-graduate student of department of «English Philology and Intercultural Communication»
Samara State Academy of Social Studies and Humanities, Samara (Russia)

Annotation: The article is devoted to analysis of discrepancies in presenting language lacoons as interlinguistic phenomena. Arguments are offered in favour of the intralinguistic character of lacoons. The ontological aspect of lacunarity is discussed.

Keywords: lacoon, lacunary unit / form, nought, being, non-being, presence, absence.

УДК 378

САМОСТОЯТЕЛЬНОЕ СОСТАВЛЕНИЕ СТУДЕНТАМИ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «ПРИМЕНЕНИЕ СВОЙСТВ ФУНКЦИЙ ПРИ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ»

Л.К. Садыкова, кандидат педагогических наук, доцент кафедры «Математика и методика обучения»
Поволжская государственная социально-гуманитарная академия, Самара (Россия)

Аннотация: В данной статье отражены основные способы составления уравнений и неравенств, решаемых с применением свойств функции.

Ключевые слова: деятельностный подход, методическая подготовка будущего учителя математики, приёмы учебно-познавательной деятельности обучающихся.

Развитие теории и методики обучения математике идет по пути внедрения новых форм и видов упражнений в процессе обучения, причем предпочтение отдается тем упражнениям, которые требуют большей мыслительной активности.

В качестве одной из таких форм упражнений можно рассматривать упражнения на самостоятельное составление задач.

В работе над математическим упражнением (задачей) можно выделить четыре последовательных и взаимосвязанных этапа [1]:

1) составление математического упражнения;
2) выполнение упражнения;
3) проверка ответа (контроль);
4) переход к родственному, но более сложному упражнению.

При выполнении упражнений на составление задач студент вынужден самостоятельно анализировать пройденный теоретический материал, так как ему приходится оперировать объектами и фактами, которые были изложены в этом материале, рассматривать свойства, различия и характерные особенности этих объектов.

Самостоятельное составление задач требует от обучающегося осознанного применения соответствующих математических терминов.

Различные упражнения на составление задач предоставляют студенту возможность проявить инициативу, самостоятельность мышления.

При обучении студентов решению уравнений и неравенств функционально-графическим методом будем придерживаться следующей схемы:

1) предлагается конкретное уравнение (неравенство), решаемое с применением свойств функций;
2) четко выделяется прием решения уравнения (не-

равенства) с обоснованием;

3) рассматривается задача, обратная данной: составить уравнение (неравенство) с применением определенного свойства с использованием графической интерпретации;

4) выделяется прием учебной деятельности по составлению такого уравнения (неравенства).

Рассмотрим различные способы составления уравнений (неравенств) с применением свойства ограниченности и монотонности.

Способ 1 (основан на свойстве ограниченности функции)

При составлении уравнений (неравенств) используются:

а) понятие ограниченности функции;

б) теоремы о связи свойства ограниченности функции с числом решений уравнения (неравенства) [2].

Утверждение 1. Если в уравнении f(x) = g(x) $E(f)\cap E(g)=\varnothing$, то такое уравнение решений не имеет.

Утверждение 2. Если для всех *x* из некоторого промежутка *X* справедливы неравенства $f(x)\le \grave{A}$, $g(x)\ge \grave{A}$, то на множестве *X* уравнение *f(x) = g(x)* равносильно системе уравнений $\begin{cases} f(x)=A,\\ g(x)=A.\end{cases}$

Неравенство вида f(x) в данном случае будет равносильно уравнению f(x) = g(x). Неравенство вида f(x)$\le$ g(x) верно при всех значениях аргумента, входящих в область определения неравенства. Неравенство $f(x)>g(x)$ решений не имеет. Неравенство $f(x)<g(x)$ верно на всей области определения неравенства, кроме тех точек, в которых выполняется равенство $f(x)=g(x)$.

Утверждение 3. Если для всех *x* из некоторого промежутка *X* справедливы неравенства $f(x)>\grave{A}$, $g(x)<\grave{A}$, где *A* некоторое число, то на множестве *X* уравнение f(x) = g(x) и неравенство f(x) < g(x) решений не имеет, а неравенство f(x) > g(x) верно при всех значениях переменных, входящих в область допустимых значений неравенства.

Утверждение 4. Если для всех *x* из некоторого промежутка *X* справедливы неравенства $f(x)\le \grave{A}$, $g(x)\ge \hat{A}$, где A < B и $E(f)\cap E(g)=\varnothing$, то уравнение $f(x)=g(x)$ не имеет решений; неравенство $f(x)\le g(x)$ справедливо для любого x из области определения неравенства; неравенство f(x)$\ge$g(x) не имеет решений ни при каком *x* из области определения неравенства.

Студенты на занятиях под руководством преподавателя выделяют прием учебной деятельности по составлению уравнений (неравенств) с применением свойства ограниченности функции на основе анализа теорем о связи свойства ограниченности функции с числом решений уравнения (неравенства), упражнений по решению уравнений и неравенств с применением свойства ограниченности функции:

1) Рассмотрите две функции, обладающие свойством f(x) $\le$A, g(x) $\ge$ A. Для составления таких функций целесообразно использовать графическую иллюстрацию;

2) Составьте уравнение вида f(x) = g(x), удовлетворяющее условию: имеет решение, не имеет решений;

3) Составьте неравенство вида f(x) $\ge$ g(x) , не имеющее решений; составьте неравенство вида f(x) $\ge$ g(x), имеющее решение.

Пример №1. Составить уравнение вида $f(x)=g(x)$, имеющее решение.

1) Рассмотрим две функции, обладающие свойством $f(x)\le \grave{A}$, $g(x)\ge \grave{A}$. В качестве одной из них можно рассмотреть, например, $f(x)=\tilde{n}os(x+1)\le 1$. В качестве функции $g(x)$ можно рассмотреть сложную функцию, где внутренняя функция квадратичная, ограниченная снизу значением 2, а внешняя логарифмическая с основанием 2. Допустим, что $g(x)=\log_2(x^2+2x+3)$. Имеем $x^2+2x+3=(x+1)^2+2\ge 2$,

а $\log_2(x^2+2x+3)\ge \log_2 2=1$.

2) Составим уравнение вида $f(x)=g(x)$: $\tilde{n}os(x+1)=\log_2(x^2+2x+3)$.

3) Решим получившееся уравнение, оно по *утверждению 2* равносильно системе:

$$\begin{cases}\cos(x+1)=1,\\ \log_2(x^2+2x+3)=1\end{cases}$$

Решим второе уравнение системы, оно равносильно уравнению:

$$x^2+2x+3=2 \Leftrightarrow (x+1)^2=0 \Leftrightarrow x=-1$$

Найденный корень удовлетворяет первому уравнению системы, то есть *x = -1* корень данного уравнения.

Неравенство вида f(x) $\ge$ g(x) в данном случае будет равносильно уравнению f(x) = g(x). Неравенство вида f(x) $\le$g(x), верно при всех значениях аргумента, входящих в область определения неравенства, то есть на всем множестве действительных чисел. Неравенство f(x) > g(x) решений не имеет. Неравенство f(x) < g(x) верно на всем множестве действительных чисел, кроме тех точек, в которых выполняется равенство f(x) = g(x), то есть множество решений - это промежуток $(-\infty,-1)\cup(-1,+\infty)$.

Пример №2. Составить уравнение вида f(x) = g(x), не имеющее решение.

1) Рассмотрим две функции, обладающие свойством $f(x)\le \grave{A}$, $g(x)\ge \hat{A}$, где A $\ne$B и $\mathring{A}(f)\cap \mathring{A}(g)=\varnothing$. Допустим, что $g(x)=\tilde{o}^2+\frac{1}{\tilde{o}^2}\ge 2$ (по теореме Коши) и $f(x)=\sin(x^2+3)\le 1$.

2) Составим уравнение вида $f(x)=g(x)$, не имеющее решений на основании утверждения 4:

$$\tilde{o}^2+\frac{1}{\tilde{o}^2}=\sin(x^2+3)$$

3) составим неравенство $f(x)\le g(x)$, то есть

$\tilde{o}^2 + \frac{1}{\tilde{o}^2} \geq \sin(x^2 + 3)$. Данное неравенство на основании утверждения 4 справедливо для любого x, принадлежащего области определения неравенства, то есть $x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$.

4) Составим неравенство $f(x) \geq g(x)$, то есть $\tilde{o}^2 + \frac{1}{\tilde{o}^2} \leq \sin(x^2 + 3)$. Данное неравенство на основании утверждения 4 не имеет решений ни при каком x из области определения неравенства.

Способ 2 (основан на свойстве монотонности функции)

При составлении уравнений (неравенств) используются:

а) понятие монотонности функции;

б) теоремы о связи свойства монотонности функции с числом решений уравнения (неравенства) [3]

Утверждение 5. Пусть f(x) - непрерывная и строго монотонная функция на промежутке X, тогда уравнение f(x) = C, где C - данная константа, может иметь не более одного решения на промежутке X.

Утверждение 6. Пусть f(x) и g(x) - непрерывные на множестве X функции, f(x) строго возрастает, а g(x) строго убывает на этом промежутке, тогда уравнение f(x) = g(x) может иметь не более одного решения на промежутке X.

Этот факт можно применить при решении неравенств: например, дано неравенство f(x) < g(x) (f(x) > g(x)), причем функция f(x) строго возрастает, а g(x) строго убывает и пусть при $x = a$ левая и правая части равны, тогда данное неравенство справедливо для $x < a$ ($x > a$), но при этом следует учесть область определения неравенства. Для наглядности можно построить графики функций f(x) и g(x).

Студенты на занятиях под руководством преподавателя выделяют *прием учебной деятельности* по составлению уравнений (неравенств) вида f(x) = C (f(x) > C, f(x) < C) с применением свойства монотонности функции на основе анализа теорем о связи свойства монотонности функции с числом решений уравнения (неравенства), упражнений по решению уравнений и неравенств с применением свойства монотонности функции:

1) Рассмотрите монотонную функцию y = f(x);

2) Вычислите значение этой функции в некоторой точке из области определения функции, то есть фактически найти значение C;

3) Составьте уравнение вида f(x) = C;

4) Составьте неравенство вида f(x) > C (f(x) < C);

Далее студенты самостоятельно по аналогии выделяют *прием учебной деятельности* по составлению уравнений (неравенств) вида f(x) = g(x) (f(x) < g(x), f(x) > g(x)) с применением свойства монотонности функции:

1) Рассмотрите две функции, обладающие свойством: y = f(x) строго возрастающая функция, y = g(x) строго убывающая функция;

2) Составьте уравнение вида f(x) = g(x);

3) Составьте неравенство вида f(x) < g(x);

4) Составьте неравенство вида f(x) > g(x).

Пример №3. Составьте уравнение вида f(x) = C.

1) Рассмотрим строго монотонную функцию $\acute{o} = \sqrt{\tilde{o} + 8} + \sqrt{\tilde{o} - 4}$. Область определения рассматриваемой функции промежуток $[4, +\infty)$.

2) Вычислим значение функции в некоторой точке из области определения, например, при $x = 8$.

$\acute{o}(8) = \sqrt{8 + 8} + \sqrt{8 - 4} = 6$

3) Составим уравнение $\sqrt{\tilde{o} + 8} + \sqrt{\tilde{o} - 4} = 6$;

4) Составим неравенство вида $\sqrt{\tilde{o} + 8} + \sqrt{\tilde{o} - 4} > 6$; $\sqrt{\tilde{o} + 8} + \sqrt{\tilde{o} - 4} < 6$. Первое неравенство имеет решением промежуток $(8; +\infty)$, а второе неравенство $[4; 8)$.

Пример №4. Составьте уравнение вида f(x) = g(x).

1) Рассмотрим две функции, обладающие свойством: y = f(x) строго возрастающая функция, y = g(x) строго убывающая функция. Возьмем в качестве функции g(x) функцию y = $\left(\frac{1}{3}\right)^x$, а в качестве функции f(x) функцию y = $x + 4$;

2) Составим уравнение вида f(x) = g(x): $\left(\frac{1}{3}\right)^x = x + 4$.

Данное уравнение имеет единственный корень x = -1 по утверждению 6;

3) Составим неравенство вида f(x) < g(x): $\left(\frac{1}{3}\right)^x < x + 4$. Это неравенство имеет решением промежуток $(-1; +\infty)$ по утверждению 6;

4) Составим неравенство вида f(x) > g(x): $\left(\frac{1}{3}\right)^x > x + 4$. Это неравенство имеет решением промежуток $(-\infty; -1)$ по утверждению 6.

Способ 3 (основан на выборе функций из числа предложенных)

Функции можно задавать как графически, так и аналитически.

Студенты на занятиях под руководством преподавателя выделяют **прием учебной деятельности** по составлению уравнений (неравенств), основанный на выборе функций из числа предложенных.

1) выберите функции из числа предложенных, обладающих либо свойством ограниченности, либо монотонности;

2) составьте уравнение (неравенство);

3) решите уравнение (неравенство).

Пример№5. Составьте и решите уравнение (неравенство) на основе выбора функций, заданных графически. Преподаватель демонстрирует указанные графики на экране проектора.

1) Из числа предложенных графиков рассмотрим рис. 2 и рис.3, где изображены ограниченные функции. Составим аналитическую запись указанных функций: на рис.2 изображен график функции y = $2\cos x \leq 2$, на рис.3 изображен график функции $\acute{o} = (\tilde{o} - 2\pi)^2 + 2 \geq 2$.

2) Составим уравнение $2\cos x = (\tilde{o} - 2\pi)^2 + 2$.

3) Решим составленное уравнение. Оно равносильно системе уравнений на основании утверждения 2:

$$\begin{cases} (x - 2\pi)^2 + 2 = 2, \\ 2\cos x = 2 \end{cases}$$

Решим первое уравнение системы. Оно равносильно уравнению $(\tilde{o} - 2\pi)^2 + 2 = 2$, $\tilde{o} = 2\pi$.

Проверим, является ли найденный корень решением второго уравнения системы: $2\cos 2\pi = 2 \cdot 1 = 2$.

Следовательно, $x = 2\pi$ является решением полученной системы, значит и данного уравнения.

Ответ: $x = 2\pi$.

Пример №6. Составьте и решите уравнение (неравенство) на основе выбора функций заданных аналитически.

1) $\acute{o} = 2^{\tilde{o}}$

2) $\acute{o} = \sqrt{\tilde{o}} - 2$

3) $\acute{o} = \dfrac{9}{\tilde{o}}$

4) $\acute{o} = 6 - \tilde{o}$

5) $\acute{o} = \log_2\left(x^2 + 2x + 9\right)$

6) $y = \sin x$

7) $y = \left(x - \dfrac{\pi}{2}\right)^2 + 1$

8) $y = x^2 + 1$

9) $y = 3\cos(x+1)$

10) $y = \cos x$

1) Составим неравенство вида f(x) > g(x). Рассмотрим из числа предложенных функции $y = 2^x$, которая строго возрастает и $y = 6 - x$, которая строго убывает.

2) Решим данное неравенство. Найдем абсциссу точку пересечения графиков функций (или решим уравнение $2^x = 6 - x$). Абсцисса точки пересечения равна 2.

3) Данное неравенство будет справедливо на промежутке $(2;+\infty)$ на основании утверждения 6.

Рис.1.

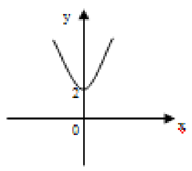
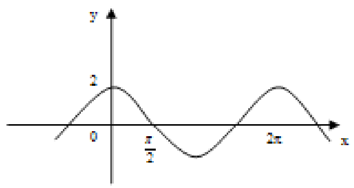


Рис.2.



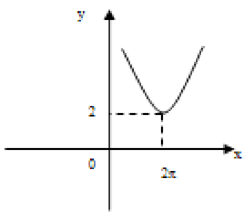


Рис.3.

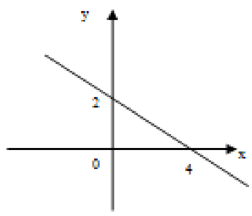


Рис.4.

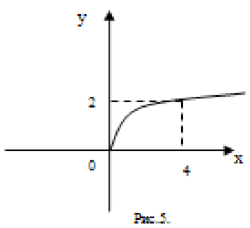


Рис.5.

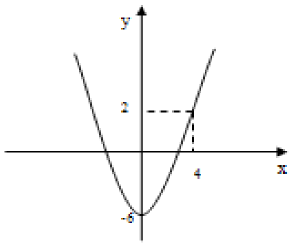


Рис.6.

Способ 4 (на составление уравнений (неравенств), удовлетворяющих дополнительным условиям)

Дополнительными условиями могут быть: заданные корни или промежутки решений. Способ основан на применении свойств ограниченности и монотонности элементарных функций.

Графическая иллюстрация дает наглядную картину о множестве решений данного уравнения (неравенства) и помогает найти аналитическую запись функций, необходимых для составления уравнений (неравенств).

Выделим *прием* составления уравнения (неравенства), удовлетворяющего дополнительным условиям.

1) подберите функции в соответствии с заданным условием;

2) составьте уравнение (неравенство).

Пример№7. Составьте неравенство вида f(x) > g(x), имеющее решением промежуток $(-\infty;1)$.

1) подберем функции так, чтобы функция y = f(x) была строго убывающей функцией, y = g(x) строго возрастающей и так, чтобы абсцисса точки пересечения данных графиков функций была равна 1 (это условие налагаем в связи с тем, что неравенство должно иметь решением промежуток $(-\infty;1)$).

Например, f(x)=$\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\tilde{o}-1}$, а g(x) = x.

2) Составим неравенство вида f(x) > g(x): $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\tilde{o}-1} > x$

.

Прием составления новых задач, обратных данным, применим для любых разделов математики и всегда приводит обучающегося к постановке новых проблем, к постижению ранее неизвестного на базе известного. Умение решать прямую и обратную задачи является важнейшим критерием достигнутой студентом глубины понимания изучаемого математического материала. И поэтому имеет смысл рассматривать в теории и методике обучения математике составление и решение обратных задач как некий критерий развития креативного (творческого) мышления, как один из путей саморазвития ума обучающихся.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Эрдниев П.М. Преподавание математики в школе. (Из опыта обучения методом укрупненных упражнений). М.: Просвещение, 1978. 304 с.

2. Новичкова Н. С., Садыкова Л.К. Свойства функций при решении нестандартных уравнений и неравенств. Самара: Изд-во СГПУ, 2005. 90 с.

3. Садыкова Л.К. Подготовка студентов математических специальностей педвузов к обучению учащихся общеобразовательных учреждений функционально-графическому методу решения уравнений и неравенств. Дисс.... канд. пед. наук. Саранск, 2004. 189с.

SELF-MAKING PROBLEMS STUDENTS ON «USE OF PROPERTIES OF FUNCTIONS IN SOLVING EQUATIONS AND INEQUALITIES»

L.K. Sadikova, candidate of pedagogical sciences, associate professor of the department of «Mathematics and methods of teaching»
Samara State Academy of Social Sciences and Humanities, Samara (Russia)

Annotation: This paper describes the basic methods of preparation of equations and inequalities to be solved with the use of the properties of the function.

Keywords: activity approach, methodical preparation of future teachers of mathematics, teaching techniques and cognitive activity of students.