

у студентов умений творчески использовать эти знания при решении задач, возникающих в практической деятельности.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балабаева Н. П., Энбом Е. А. Научно-исследовательская работа студентов как важный и перспективный

вид учебной деятельности, направленный на повышение качества подготовки бакалавров. Сборник научных трудов Sworld. 2013. Т. 18. № 3. С. 53-59.

2. Ахтямов А. М. Математика для социологов и экономистов. М.: ФИЗМАЛИТ, 2004. 464 с.

3. Амелькин В. В. Дифференциальные уравнения в приложениях. М.: Наука, 1987. 161 с.

### VOCATION-FRIENDLY APPROACH IN TEACHING UNIT "DIFFERENTIAL EQUATIONS" TO STUDENTS MAJORING IN ECONOMICS

© 2014

*N.P. Balabaeva*, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor of Department of Higher Mathematics

*Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara (Russia)*

**Abstract.** This paper considers the problem of encouraging students studying to get bachelors' degrees in economics at technical universities to focus more on higher mathematics. As an example, research projects on unit "Differential Equations" are presented.

**Keywords:** vocation-friendly approach in teaching; problem of low motivation in studying higher mathematics; students' research projects.

УДК 378

### АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ СТУДЕНТОВ АКАДЕМИЧЕСКОГО БАКАЛАВРИАТА ИНЖЕНЕРНЫХ ПРОФИЛЕЙ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ КУРСА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

© 2014

*Н.П. Балабаева*, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики

*Е.А. Энбом*, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики  
*Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Самара (Россия)*

**Аннотация.** В работе рассматриваются методические и мотивационные аспекты формирования исследовательской компетентности студентов младших курсов, обучающихся по программам академического бакалавриата в техническом вузе. В качестве примера представлены учебно-исследовательские проекты по математическому анализу.

**Ключевые слова:** научно-исследовательская деятельность студентов; исследовательские проекты студентов младших курсов.

В процессе преподавания курса высшей математики студентам, обучающимся по программам академического бакалавриата в техническом вузе, задачи преподавателя заключаются не только в изложении теоретических и практических основ дисциплины и контроле ее освоения, но и в формировании исследовательской компетентности, подразумевающей развитие личности с инновационным мышлением, готовой к восприятию новых технологических идей и обладающей рациональным критическим мышлением [1].

Опыт преподавания показывает, что в учебной работе очень полезно привлекать студентов к учебно-исследовательской деятельности через систему заданий, которые включают в себя наличие проблемы, не содержат прямых указаний на средства и приемы решения. Задания исследовательского характера требуют со стороны студентов поисковой работы, вызывают познавательный интерес, побуждают учащихся к активной мыслительной и практической деятельности в процессе овладения учебным материалом.

В результате выполнения исследовательской работы у студентов вырабатываются умения осуществлять сбор и анализ информации, необходимой для проведения исследования; принимать решения в ситуации неполной информации и оценивать эффективность принимаемых решений; анализировать конкретные практические задачи. Также развиваются навыки абстрактного и образного мышления как основы формирования исследовательской компетентности и целостного отношения к проектно-технологической и экспериментально-исследовательской деятельности [2].

Учебно-исследовательская работа студентов младших курсов создает предпосылки для дальнейшего вовлечения учащихся в активную научно-исследовательскую деятельность, требует от студента большей самостоятельности в учебном процессе, способствует более глубокому усвоению программного материала, приобретению не только определенного объема теоретических знаний, но и устойчивых навыков практического применения этих знаний [3].

Отметим, что курс высшей математики предоставляет преподавателю и обучающемуся большие возможности для постановки разнообразных проблемных задач и организации самостоятельной исследовательской деятельности студентов.

Так, например, поиски содержательных применений интегрального исчисления – хорошая форма учебной работы, которая позволяет проверить эрудицию и прочность знаний, развивает исследовательские навыки, способствует проявлению самостоятельности, инициативности, ответственности.

В настоящей статье описывается опыт работы с группой студентов младших курсов Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, выполнявших исследовательские проекты по математическому анализу. Представленные проекты студентов второго курса посвящены геометрическим приложениям определенных, двойных, тройных и криволинейных интегралов.

Каждая студенческая исследовательская работа имеет законченный вид. Она состоит из введения и двух основных частей: теоретической и практической. Во введе-

нии кратко говорится об актуальности выбранной темы, указываются цель данной работы и задачи, которые в ней реализуются. Первая часть содержит теоретические положения, которые рассматриваются очень подробно и последовательно, а вторая часть посвящена решению конкретных задач геометрического содержания.

В работах студентов приведен детальный разбор разнообразных интересных задач, решение которых требует применения не только методов интегрального исчисления, но и знаний из аналитической геометрии, дифференциального исчисления. В ходе работы над своей темой, студенты очень активно занимались именно поиском задач геометрического содержания. Они серьезно изучали научную литературу по этому вопросу, находили и подробно разбирали уже решенные в практикумах и учебниках задачи и только после этого приступали к самостоятельному исследованию новых задач [4], [5]. Следует отметить заинтересованность и целеустремленность студентов в процессе этой работы. При рассмотрении каждой задачи ими был проведен анализ методов, допустимых при ее решении. В работах представлено достаточное количество сложных задач, которые решены двумя или тремя способами с помощью разного вида интегралов, что говорит о математической грамотности и зрелости студентов.

Рассмотрим два конкретных исследовательских проекта, представленных на студенческой научной конференции Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики: «Применение методов интегрального исчисления при вычислении площадей плоских фигур» и «Вычисление объемов пространственных тел посредством определенных, двойных и тройных интегралов».

Особенностью данных работ является следующее: так как существует тесная взаимосвязь между различными видами интегралов, одну и ту же геометрическую задачу можно решить разными способами. Исследовательская проблема, которая была поставлена перед учащимися как раз и состояла в том, чтобы подобрать геометрические задачи, допускающие несколько способов решения, реализовать все эти способы и провести анализ на предмет наилучшей целесообразности.

В первом из рассматриваемых проектов задачи на вычисление площади плоской фигуры были решены с помощью определенного, двойного и криволинейного интегралов. Приведем несколько конкретных задач, представленных в данной исследовательской работе.

**Задача 1.** Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 1 - x^2$ ,  $y = \ln x$ ,  $y = 1$ .

**Решение.** Парабола  $y = 1 - x^2$ , ветви которой направлены вниз, пересекается с кривой  $y = \ln x$  в точке  $(1, 0)$ ; кривая  $y = \ln x$  пересекается с прямой  $y = 1$  в точке  $(e, 1)$  (рис. 1).

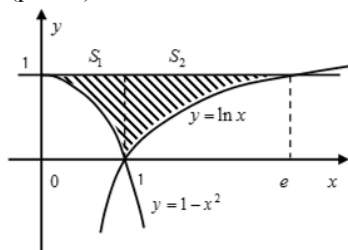


Рис. 1.

Вычислим площадь полученной области с помощью определенного интеграла. Во-первых, можно разбить фигуру на части  $S_1$  и  $S_2$ , и воспользоваться формулой

$$S = \int_a^b [f_{\text{верхн.}}(x) - f_{\text{нижн.}}(x)] dx. \text{ Тогда получим:}$$

$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 [1 - (1 - x^2)] dx + \int_1^e [1 - \ln x] dx = \\ &= \left. \frac{x^3}{3} \right|_0^1 + x \Big|_1^e - \int_1^e \ln x dx = \left\{ \begin{array}{l} u = \ln x \quad du = \frac{dx}{x} \\ dv = dx \quad v = x \end{array} \right\} = \\ &= \frac{1}{3} + (e - 1) - \left[ x \ln x \Big|_1^e - \int_1^e dx \right] = e - \frac{5}{3} \text{ (кв. ед.).} \end{aligned}$$

Во-вторых, можно воспользоваться формулой:

$$\begin{aligned} S &= \int_c^d [\Phi_{\text{прав.}}(y) - \Phi_{\text{лев.}}(y)] dy = \int_0^1 (e^y - \sqrt{1-y}) dy = \\ &= \left[ e^y + \frac{(1-y)^{3/2}}{3/2} \right]_0^1 = e - \frac{5}{3}. \end{aligned}$$

Проанализировав эти два подхода к решению, студент сделал вывод, что вторую формулу использовать выгоднее, так как нет необходимости разбивать область на две части, и, следовательно, нужно вычислить только один интеграл. Так же в первом случае применялся метод интегрирования по частям, а во втором случае интеграл являлся табличным.

Важным моментом является то, что студент самостоятельно применил именно две различные формулы, потому что для второкурсника более рациональное решение не является заранее очевидным фактом.

Далее в исследовательской работе площадь фигуры вычислялась с помощью двойного интеграла. Проведя анализ, студент рассмотрел свою область как нормальную область второго типа:

$$\begin{aligned} S &= \iint_D dy dx = \int_0^1 dy \int_{\sqrt{1-y}}^{e^y} dx = \int_0^1 (x \Big|_{\sqrt{1-y}}^{e^y}) dy = \\ &= \int_0^1 [e^y - \sqrt{1-y}] dy = e - \frac{5}{3}. \end{aligned}$$

**Задача 2.** Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $x = y^2$ ,  $8xy = 1$  (рассмотреть фигуру, примыкающую к началу координат).

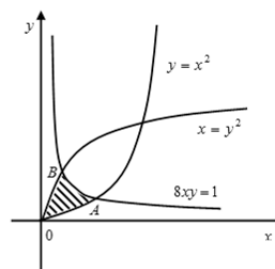


Рис. 2.

**Решение.** При совместном рассмотрении уравнений кривых аналитически найдены точки их пересечения:  $A(1/2, 1/4)$ ,  $B(1/4, 1/2)$  (рис. 2). С помощью опреде-

ленного интеграла площадь фигуры вычисляется так:

$$\begin{aligned} S &= \int_0^{1/4} (\sqrt{x} - x^2) dx + \int_{1/4}^{1/2} \left( \frac{1}{8x} - x^2 \right) dx = \\ &= \left( \frac{2}{3} x^{3/2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^{1/4} + \left( \frac{1}{8} \ln x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{1/4}^{1/2} = \frac{1 + 3 \ln 2}{24}. \end{aligned}$$

Можно рассматривать данную фигуру как объединение двух нормальных областей первого типа  $D_1: \begin{cases} 0 \leq x \leq 1/4, \\ x^2 \leq y \leq \sqrt{x} \end{cases}$ ;  $D_2: \begin{cases} 1/4 \leq x \leq 1/2, \\ x^2 \leq y \leq 1/8x \end{cases}$ , и как объединение

двух нормальных областей второго типа  $D'_1: \begin{cases} 0 \leq y \leq 1/4, \\ y^2 \leq x \leq \sqrt{y} \end{cases}$ ;  $D'_2: \begin{cases} 1/4 \leq y \leq 1/2, \\ y^2 \leq x \leq 1/8y \end{cases}$ . Тогда посредством двойного интеграла площадь фигуры вычисляется:

$$S = \iint_D dx dy = \int_0^{1/4} dx \int_{x^2}^{\sqrt{x}} dy + \int_{1/4}^{1/2} dx \int_{x^2}^{1/8x} dy \quad \text{или}$$

$$S = \iint_D dy dx = \int_0^{1/4} dy \int_{y^2}^{\sqrt{y}} dx + \int_{1/4}^{1/2} dy \int_{y^2}^{1/8y} dx. \quad \text{Выполнив}$$

интегрирование, получим тот же ответ  $S = \frac{1 + 3 \ln 2}{24}$ .

Площадь плоской фигуры можно вычислить с помощью криволинейного интеграла второго рода по формуле:

$$S = \frac{1}{2} \int_{\Gamma} x dy - y dx,$$

где  $\Gamma$  - замкнутый контур, ограничивающий искомую площадь.

В данной задаче контур  $\Gamma$  состоит из трех частей,

заданных разными уравнениями, поэтому  $S = \frac{1}{2} \int_{OA} x dy - y dx + \frac{1}{2} \int_{AB} x dy - y dx + \frac{1}{2} \int_{BO} x dy - y dx =$

$$= \left\{ \begin{array}{l} OA: y = x^2, \quad dy = 2x dx, \quad 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ AB: y = \frac{1}{8x}, \quad dy = -\frac{dx}{8x^2}, \quad \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{4} \\ BO: x = y^2, \quad dx = 2y dy, \quad \frac{1}{2} \leq y \leq 0 \end{array} \right\} =$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^{1/2} x^2 dx + \frac{1}{2} \int_{1/2}^{1/4} \left(-\frac{1}{4}x\right) dx + \frac{1}{2} \int_{1/2}^0 (-y^2) dy = \frac{1 + 3 \ln 2}{24}.$$

**Задача 3.** Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y^2 - 4y + x^2 = 0$ ,  $y^2 - 8y + x^2 = 0$ ,

$$y = x/\sqrt{3}, \quad x = 0.$$

**Решение.** Данные кривые второго порядка  $y^2 - 4y + x^2 = 0$  и  $y^2 - 8y + x^2 = 0$  представляют

собой окружности соответственно с центрами в точках  $(0, 2)$ ,  $(0, 4)$  и радиусами 2 и 4. Прямая  $y = x/\sqrt{3}$

проходит через начало координат под углом  $30^\circ$  к оси

$Ox$  (рис. 3).

В этой задаче целесообразно перейти к полярным координатам, где уравнения окружностей преобразуются к виду:  $\rho = 4 \sin \varphi$ ,  $\rho = 8 \sin \varphi$ . Тогда площадь

данной фигуры можно рассматривать как разность площадей двух криволинейных секторов, используя формулу  $S = \frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} \rho^2(\varphi) d\varphi$ . Итак, площадь заштрихованной области равна:

Итак, площадь заштрихованной области равна:

$$S = \frac{1}{2} \int_{\pi/6}^{\pi/2} 64 \sin^2 \varphi d\varphi - \frac{1}{2} \int_{\pi/6}^{\pi/2} 16 \sin^2 \varphi d\varphi = 24 \int_{\pi/6}^{\pi/2} \sin^2 \varphi d\varphi = \frac{1}{2} \int_{\pi/6}^{\pi/2} (1 - \cos 2\varphi) d\varphi = 4\pi + 3\sqrt{3}.$$

Площадь данной фигуры вычислена с помощью двойного интеграла  $S = \iint_D \rho d\rho d\varphi$ , где область  $D$

задается неравенствами  $\pi/6 \leq \rho \leq \pi/2$ ,

$$4 \sin \varphi \leq \rho \leq 8 \sin \varphi.$$

$$S = \int_{\pi/6}^{\pi/2} d\varphi \int_{4 \sin \varphi}^{8 \sin \varphi} \rho d\rho = \int_{\pi/6}^{\pi/2} d\varphi \left( \frac{\rho^2}{2} \right) \Big|_{4 \sin \varphi}^{8 \sin \varphi} = \int_{\pi/6}^{\pi/2} 24 \sin^2 \varphi d\varphi = 4\pi + 3\sqrt{3}.$$

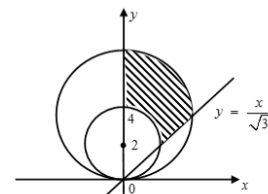


Рис. 3.

**Задача 4.** Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x(x-1)(x-2)$  и  $y = 0$ .

Для построения данной кривой методами дифференциального исчисления с помощью первой и второй производной были найдены экстремумы функции, интервалы монотонности, интервалы выпуклости и вогнутости и точки перегиба (рис. 4).

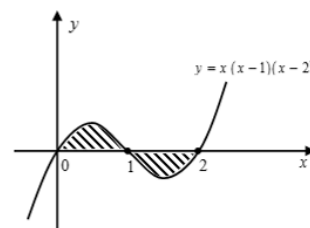


Рис. 4.

Особенностью нахождения площади фигуры с помощью определенного интеграла в этой задаче является то, что на отрезке  $[1, 2]$  функция отрицательна. Поэтому

$$S = S_1 + S_2 = \int_0^1 x(x-1)(x-2) dx - \int_1^2 x(x-1)(x-2) dx = \int_0^1 (x^3 - 3x^2 + 2x) dx - \int_1^2 (x^3 - 3x^2 + 2x) dx = \frac{1}{2}.$$

С помощью двойного интеграла площадь вычислена

$$\text{так: } S = \int_0^1 dx \int_0^{x(x-1)(x-2)} dy + \int_1^2 dx \int_{x(x-1)(x-2)}^0 dy = \frac{1}{2}.$$

В работе представлено так же вычисление данной площади с помощью криволинейного интеграла второго рода.

**Задача 5.** Вычислить площадь фигуры, ограничен-

ной линиями  $\rho = 5/2 \sin \varphi$ ,  $\rho = 3/2 \sin \varphi$ .

Особенностью данной задачи является то, что уравнения линий сразу заданы в полярных координатах, что, с одной стороны, представляет для студента сложность в плане узнавания и построения кривых (рис. 5), но, с другой стороны, облегчает процесс вычисления и определенного, и двойного интегралов. Также студентом было показано, что вычисление площади данной фигуры с помощью криволинейного интеграла второго рода связано с трудностями, вызванными необходимостью перехода к параметрическому заданию кривых. При этом и сам интеграл технически сложнее вычислять.

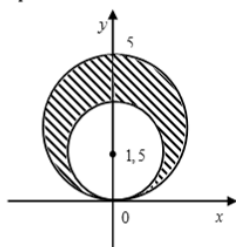


Рис. 5.

Во втором представленном на конференции проекте были рассмотрены задачи, в каждой из которых объем пространственного тела был вычислен всеми возможными способами. Приведем несколько конкретных задач из исследовательской работы студента.

**Задача 6.** Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = x^2 + y^2$  и  $z = 8 - x^2 - y^2$ .

**Решение.** При построении геометрической модели, аналитически было найдено, что данные параболоиды вращения пересекаются на высоте  $z = 4$  по окружности с радиусом 2, а проекция на плоскость  $xOy$  полученного пространственного тела есть круг  $D: x^2 + y^2 = 4$  радиуса 2 с центром в начале координат (рис. 6).

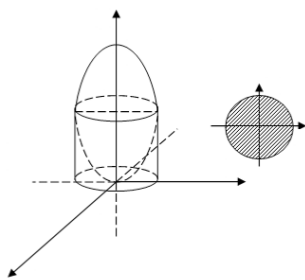


Рис. 6.

Объем данного тела был вычислен студентом тремя способами. Во-первых, объем тела можно посчитать как разность объемов двух цилиндрических брусков с одним основанием:

$$V = \iint_D (8 - x^2 - y^2) dx dy - \iint_D (x^2 + y^2) dx dy = 2 \iint_D (4 - x^2 - y^2) dx dy.$$

Вычисление геометрической характеристики свелось к вычислению двойного интеграла, в котором целесообразно перейти к полярным координатам  $x = \rho \cos \varphi$ ,

$y = \rho \sin \varphi$ . Тогда

$$V = 2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 (4 - \rho^2) \rho d\rho = 2 \int_0^{2\pi} d\varphi \left[ 2\rho^2 - \frac{\rho^4}{4} \right]_0^2 =$$

$$= 8\varphi \Big|_0^{2\pi} = 16\pi \text{ (куб. ед.)}.$$

Во-вторых, объем тела был вычислен с помощью тройного интеграла по формуле

$$V = \iiint_V dx dy dz = \iint_D dx dy \int_{x^2+y^2}^{8-x^2-y^2} dz = \iint_D (8 - 2x^2 - 2y^2) dx dy = 16\pi.$$

Чтобы вычислить необходимый объем с помощью определенного интеграла, нужно представить данное пространственное тело как тело вращения. Фигуру, ограниченную параболой  $y = x^2$  и  $y = 8 - x^2$  ( $x \geq 0$ )

, будем вращать вокруг оси  $Oy$ , тогда и получится требуемое в задаче тело, ограниченное параболоидами. Воспользуемся формулой

$$V = \pi \int_c^d x^2(y) dy.$$

$$V = \pi \int_0^4 y dy + \pi \int_4^8 (8 - y) dy = \pi \left( \frac{y^2}{2} \Big|_0^4 + \left( 8y - \frac{y^2}{2} \right) \Big|_4^8 \right) = 16\pi.$$

**Задача 7.** Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  и  $z = 12 - x^2 - y^2$ .

**Решение.** Для построения геометрической модели были совместно рассмотрены уравнения поверхностей

$$\begin{cases} z = 12 - x^2 - y^2, \\ z = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases},$$

откуда  $z^2 + z - 12 = 0$ ,  $z_1 = 3$ ,  $z_2 = -4$ . Так как по условию  $z \geq 0$ , то данные в задаче параболоид и коническая поверхность пересекаются на высоте  $z = 3$  по окружности с радиусом 3 (рис. 7 а).

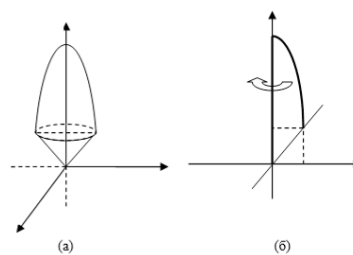


Рис. 7.

Объем тела, представляющего собой разность двух цилиндрических брусков с одним основанием  $D: x^2 + y^2 = 9$ , вычислен с помощью двойного интеграла:

$$V = \iint_D (12 - x^2 - y^2) dx dy - \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy = \iint_D (12 - x^2 - y^2 - \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy.$$

Так как подынтегральная функция зависит от выражения  $x^2 + y^2$ , а область интегрирования представляет собой круг с центром в начале координат, то целесообразен переход к полярным координатам:

$$V = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^3 (12 - \rho^2 - \rho) \rho d\rho = \\ = \int_0^{2\pi} \left[ -\frac{\rho^4}{4} - \frac{\rho^3}{3} + 6\rho^2 \right]_0^3 d\varphi = \frac{99}{2} \pi.$$

Вычисление объема с помощью тройного интеграла:

$$V = \iiint_V dx dy dz = \iint_D dx dy \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{12-x^2-y^2} dz = \frac{99}{2} \pi.$$

Данное пространственное тело можно рассматривать как тело вращения и, следовательно, вычислить объем с помощью определенного интеграла. Если вращать вокруг оси  $Oy$  фигуру, расположенную в первой четверти, ограниченную параболой  $y = 12 - x^2$  и прямой  $y = x$  (Рис. 7 б), то получится, что искомый объем равен следующему:  $V = \pi \int_0^4 y^2 dy + \pi \int_4^8 (12 - y) dy = \frac{99}{2} \pi$ .

**Задача 8.** Найти объем цирка, осевое сечение которого – парабола. Высота цирка  $30 \text{ м}$ , диаметр основания  $50 \text{ м}$ .

Особенностью этой задачи является отсутствие в условии уравнений, определяющих поверхности, ограничивающие искомый объем. Студентом было показано, что купол цирка представляет собой часть эллиптического параболоида

$$z = 30 - \frac{30}{625}(x^2 + y^2),$$

расположенную выше плоскости  $xOy$  (рис. 8). Да-

лее объем этого тела был найден всеми возможными способами.

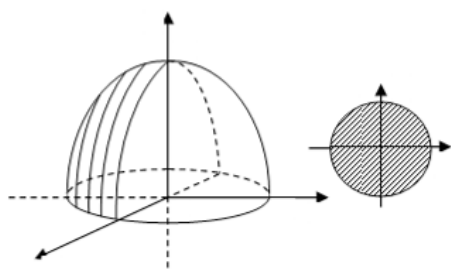


Рис. 8.

**Задача 9.** Вычислить объем тела, ограниченного параболоидом  $z = 12 - x^2 - y^2$  и плоскостями  $z = 0$ ,  $x = \pm 1$  и  $y = \pm 1$ .

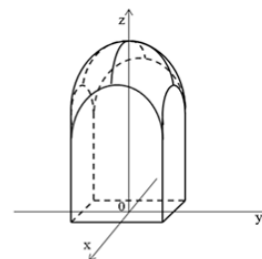


Рис. 9.

Решение этой задачи с помощью двойного и тройного интегралов не вызывает затруднений. Но, поскольку данное тело (рис. 9) не является телом вращения, то при использовании определенного интеграла необходимо применить формулу подсчета объема как интеграла от переменной площади поперечного сечения.

В заключении отметим, что подобная работа со студентами младших курсов побуждает их к интеллектуальной активности, самостоятельной деятельности, воспитывает устойчивую потребность к овладению и постоянному совершенствованию математической культуры. В процессе использования перечисленных выше методических аспектов происходит развитие продуктивного поискового творческого мышления студентов, а также формируются и закрепляются навыки самостоятельной работы, умение рационально и критически мыслить, решать разнообразные задачи.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балабаева Н. П., Энбом Е. А. Формирование критически-рефлексивного мышления бакалавров инженерного профиля в процессе изучения курса высшей математики. Сборник научных трудов Sworld. 2013. Т. 18. № 3. С. 49-53.
2. Балабаева Н. П., Энбом Е. А. Научно-исследовательская работа студентов как важный и перспективный вид учебной деятельности, направленный на повышение качества подготовки бакалавров. Сборник научных трудов Sworld. 2013. Т. 18. № 3. С. 53-59.
3. Энбом Е. А., Иванова В. А. Самостоятельная исследовательская деятельность студентов младших курсов как неотъемлемая часть учебно-воспитательного процесса, направленная на повышение качества подготовки бакалавров инженерного профиля. Самарский научный вестник. 2013. № 3 (4). С. 79-82.
4. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие для вузов. М.: ООО «Издательство Астрель», 2002. 553 с.
5. Кудрявцев Л. Д., Кутасов А. Д., Чехлов В. И., Шабунин М. И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды: Учебное пособие/Под ред. Л. Д. Кудрявцева. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 504 с.

ASPECTS OF DEVELOPING A RESEARCH COMPETENCE OF STUDENTS OF PROGRAMME "ACADEMIC BACHELOR OF ENGINEERING" IN THE COURSE OF MATHEMATICAL ANALYSIS

© 2014

**N.P. Balabaeva**, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor of Department of Higher Mathematics

**E.A. Enbom**, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor of Department of Higher Mathematics,

*Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara (Russia)*

**Abstract.** The paper deals with methodological and motivational aspects of developing a research competence of junior students of programme "Academic Bachelor of Engineering" at the technical university. Educational and research projects on mathematical analysis are presented as an example.

**Keywords:** students' research work; junior students' research projects.

УДК 378

КОНТРИМПРИМЕРЫ В КУРСЕ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ КРИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ СТУДЕНТОВ ИТ-НАПРАВЛЕНИЙ

© 2014

**Н.П. Балабаева**, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики

*Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Самара (Россия)*

**Аннотация.** В работе рассматривается процесс формирования и развития критического мышления студентов, обучающихся по программам бакалавриата ИТ-направлений, посредством системы задач, связанных с доказательством или опровержением каких-либо утверждений.

**Ключевые слова:** критическое мышление; методика преподавания высшей математики; примеры и контрпримеры в математике.

В условиях современного общества, интеллектуальная компетентность специалиста в любой области определяется не столько объемом имеющихся у него конкретных знаний, сколько сформированным умением проводить критический анализ поступающей информации, самостоятельно принимать решения на основании этого анализа, выявлять и устранять допущенные ошибки.

В первую очередь это касается специалистов ИТ-направлений, где используемые технологии и платформы появляются и меняются с такой быстротой, что знания тех или иных технологий утрачивают свою актуальность уже в течение 5-7 лет. Следовательно, в процессе подготовки студентов ИТ-направлений в техническом вузе особенно важным является формирование умений самостоятельно систематизировать, анализировать и интерпретировать поступающую новую информацию, формулировать и решать проблемы, давать рефлексивную оценку своим действиям. В связи с этим особую актуальность приобрели вопросы развития критического мышления студентов, обучающихся по программам бакалавриата ИТ-направлений. Процесс преподавания всех предметов и, в частности, высшей математики должен быть нацелен на формирование у студентов качеств, характеризующих критическое мышление, что требует от преподавателя применения специальных образовательных технологий [2].

Под критическим мышлением понимается «вид интеллектуальной деятельности, который характеризуется высоким уровнем восприятия, понимания, объективности подхода к окружающему его информационному полю» [1, стр. 149]. Согласно Е.Н. Волкову, признаками критического мышления являются: оценивающее взвешенное суждение, построение гипотезы, логическое формулирование выводов, аргументация своей позиции на основании определенных критериев.

Для критического мышления характерно использование формализованных моделей и логических правил вывода умозаключений. Основой современного логического и, соответственно, критического мышления

является Аристотелева логика с ее бинарной основой «ложь» – «истина» и системой посылок и заключений.

В курсе высшей математики студенты чаще всего встречаются с утверждениями, логическая формализация которых приводит к формуле  $(\forall x \in X) (A(x) \rightarrow B(x))$ .

Доказательство такой теоремы можно проводить либо напрямую (конструктивно), показав истинность импликации  $A(x) \rightarrow B(x)$  для всех возможных аргументов из

соответствующей предметной области, либо методом от противного, выявив истинность импликации  $B(x) \rightarrow A(x)$ . Для опровержения утверждения доста-

точно привести контрпример, то есть показать, что  $(\exists x \in X) (A(x) \rightarrow \bar{B}(x))$ .

Эффективным средством формирования и развития критического мышления в процессе математического образования студентов технических вузов является система задач специального вида, требующих доказательства или опровержения некоторых утверждений [3].

Рассмотрим задачу, предлагаемую студентам первого курса в рамках домашней контрольной работы по математическому анализу.

**Задача.** Верно ли утверждение: «Если функция  $f(x)$

определена и дифференцируема в интервале  $(a, b)$ ,

причем ее предел  $\lim_{x \rightarrow b-0} f(x) = +\infty$ , то предел производной данной функции  $\lim_{x \rightarrow b-0} f'(x) = +\infty$ »?

Приступая к решению этой задачи, студенты, как правило, пытаются представить ситуацию на примере графика конкретной функции. Так как по условию функция дифференцируема на интервале, то она непрерывна на этом интервале и ее графиком является непрерывная кривая, которая в каждой точке  $(a, b)$  имеет